

福山平成大学経営学部紀要
第 15 号 (2019), 47-62 頁

社会システム分析のための統合化プログラム 3 4 — 直交表実験計画法 —

福井 正康

福山平成大学経営学部経営学科

要旨：我々は教育分野での利用を目的に社会システム分析に用いられる様々な手法を統合化したプログラム College Analysis を作成してきた。今回は、通常の実験計画法より少ない実験回数で、各要因の効果や要因間の交互作用の効果を測定できる、直交表実験計画法のプログラムを組み込んだ。このプログラムは、直交表の作成と要因の割り付け及び、要因の作用と要因間の交互作用について分散分析を実行する機能を持っている。

キーワード：College Analysis、実験計画法、直交表、統計学、経営科学

1. はじめに

実験計画法は複数の要因間にあるデータの違いを測定する手法であり、要因数によって、1 元配置実験計画法、2 元配置実験計画法などと呼ばれている。1 元配置実験計画法は、1 つの要因の水準によって分類されたデータの比較が目的であり、2 元配置実験計画法は、主に交互作用を調べる場合に利用される。2 元配置実験計画法では、おおよそ、要因 1 の水準数×要因 2 の水準数×実験の繰り返し数、だけの実験回数を必要とするため、さらに要因の数が増えた場合、実験回数が多くなりすぎ、現実に行うのは困難になってくる。この状況に対して、できるだけ少ない実験回数で、要因の水準間の比較や要因間の交互作用を調べることができる手法が直交表実験計画法である。直交表実験計画法では、あらかじめいくつかの交互作用に的を絞り、直交表の示すところに従って、文字通り実験を計画する。これは経営科学の品質管理の分野で重要視される手法である。

著者らはこの分析のプログラムを作成するに当たって 2 種類の機能に注目した。1 つは要因と交互作用を与えた場合の直交表の作成と実験の割り付けであり、もう 1 つは割り付けられた直交表が与えられた場合の実験計画法の分析である。直交表実験計画法の中で難しいものは前者であり、そのプログラムには残念ながらいくつかの制限を付けた。詳細は以下の本文中で説明する。

2. 直交法実験計画法とは

通常の分散分析では、水準を設定する要因（配置）の数によって、実験回数が幾何級数的に増加し、現実的な実験計画を行うことが困難になる。この問題に対して、比較的少ない実験回数で、各要因の効果や要因間の交互作用の効果を測定できるようにした方法が直交表実験計画法である^[1]。

直交表は、ある要因の1つの水準に対して、他の要因の各水準が同数だけ現れるように配置した表で、品質管理の田口メソッドでは中心となる表である^[2]。我々はこの表を用いて要因の水準を設定し、他の要因の影響は同数であるのですべて同じとみなして、ある要因の水準ごとの測定値の差を求める。

例えば、2水準を持つ要因 a,b,c の直交表は表 1 である。但し、ここでは計算が分かり易いように水準は 0,1 で表している。通常は 1 を足して 1,2 を利用する。

表 1 L8(2⁷)直交表 (0,1 表示)

	a	b	c	ab	ac	bc	abc
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0	1	1
4	0	1	1	1	1	0	0
5	1	0	0	1	1	0	1
6	1	0	1	1	0	1	0
7	1	1	0	0	1	1	0
8	1	1	1	0	0	0	1

ここで a 列が 0 または 1 の場合の他の列の 0 と 1 の数は 2 つずつである。a,b,c 列は 0,1 を 2 つに分けるように作られている。その他の列、例えば ab 列の値は a 列と b 列の同じ行の値から、 $ab=(a+b) \bmod 2$ ($\bmod 2$ は 2 で割った余り) の式を使って求める。また、abc の列は、ab 列と c 列から、 $abc=(ab+c) \bmod 2$ 、または a 列と bc 列から、 $abc=(a+bc) \bmod 2$ として求める。また、 $aa=bb=cc=0$ という性質から、 $abbc, aab, abbcc$ 等はそれぞれ ac, b, a となり、表 1 で表される組み合わせ以上はない。

要因 a と要因 b の相互作用は、ab 列に表れる。ab の 0 には、(a,b)の(0,0)と(1,1)が、1 には、(0,1)と(1,0)が対応している。それぞれ、a,b の 0,1 が違った組み合わせで 1 つずつ表れている。どこかに特別に強め合う組み合わせが存在する場合、ab の 0 と 1 の状態でデータの平均（または合計）は異なるはずである。それがなければ、2つの状態は似た平均を持つ。これにより a,b 要因の交互作用が明らかになるということになる。

次に 3 水準を持つ要因 a,b の直交表を考えてみる。この例は L9(3⁴)直交表として、表 2 で与えられる。ここでも要素は 0,1,2 で与えられているが、実際は 1 を足して、1,2,3 で表示される。

表 2 L9(3⁴)直交表

	a	b	ab	abb
1	0	0	0	0
2	0	1	1	2
3	0	2	2	1
4	1	0	1	1
5	1	1	2	0
6	1	2	0	2
7	2	0	2	2
8	2	1	0	1
9	2	2	1	0

この場合も、b 列は a 列の 0,1 を 3 つに分けるように作られている。また、ab 列は a,b 列を使って、 $ab=(a+b) \bmod 3$ で作られ、abb 列は $abb=(ab+b) \bmod 3$ で作られている。ここで、aab や aabb も計算できるが、 $aaa=bbb=0$ より、 $(aab+abb) \bmod 3=0$ 、 $(aabb+ab) \bmod 3=0$ となり、表の値と独立ではなくなる。

交互作用は、ab と abb の両方に表れる。例えば ab が 0 の場合 (a,b) は (0,0),(1,2),(2,1)、1 の場合 (0,1),(1,0),(2,2)、2 の場合 (0,2),(2,0),(1,1) となり、a,b の 0,1,2 が違った組み合わせで 1 つずつ表れている。abb についても、abb が 0 の場合 (a,b) は (0,0),(1,1),(2,2)、1 の場合 (0,2),(1,0),(2,1)、2 の場合 (0,1),(1,2),(2,0) となり、a,b の 0,1 が違った組み合わせで 1 つずつ表れている、よって要因単独の効果は相殺され、どこかに特別に強め合う組み合わせが存在する場合にのみ、ab と abb の 0,1,2 の状態でデータの平均は異なるはずである。それがなければ、3 つの状態は似た平均を持つ。これにより a,b 要因の交互作用が明らかになるということである。

これらを前提にして、 r 水準直交表実験計画法の理論を考えてみる。今実験 i のデータを x_i ($i=1, \dots, n$) とする。 j 列の水準値が a のとき、 j 列の水準 a による平均 μ からのずれを c_{ja} として、データ x_i は以下のように書けると仮定する。

$$x_i = \mu + \sum_{j=1}^p c_{j[i]} + \varepsilon_i \quad \text{ここに } \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

ここで $j[i]$ は j 列の i 番目のデータの水準を表す。これが a の場合、列 j について $[i]=a$ である。ここで、 $c_{j[i]}$ は単独の効果の場合もあるし、交互作用の一部である場合もある。水準による影響 c_{ja} については、以下を仮定しておく。

$$\sum_{a=1}^r c_{ja} = 0$$

また直交表の性質から、すべての i を取ることはすべての水準を同数 (m 回とする) 取ることになるので、以下の関係も与えられる。

$$\sum_{i=1}^n c_{j[i]} = 0, \quad n = mr$$

r 水準直交表の場合、交互作用は自由度が $(r-1) \times (r-1)$ となることから、 $r-1$ 列で表すことができる。例えば 2 水準直交表で 1 列、3 水準直交表で 2 列である。

このデータを使って列 j の値が a である合計を T_{ja} とする。

$$T_{ja} = \sum_{[i]=a \text{ for } j} x_i \square N(m(\mu + c_{ja}), m\sigma^2)$$

これを使うとデータの合計 T は以下のように書ける。

$$T = \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{a=1}^r T_{ja} \square N(n\mu, n\sigma^2)$$

この関係から $c_{ja} = 0$ のときには、

$$S_j = m \sum_{a=1}^r (T_{ja}/m - T/n)^2 = \sum_{a=1}^r T_{ja}^2/m - T^2/n, \quad S_j/\sigma^2 \square \chi_{r-1}^2$$

さらに、独立な列のときには、

$$(S_{j_1} + S_{j_2})/\sigma^2 \square \chi_{2(r-1)}^2$$

特に交互作用を表す複数列は独立であり、 S_j を合計して検定を行えばよい。

実際の検定では、要因や交互作用を割り付けていない列を j_1, j_2, \dots, j_d とすると、

$$S_e/\sigma^2 = \sum_{l=1}^d S_{j_l}/\sigma^2 \square \chi_{d(r-1)}^2$$

の性質を用いて、列 j による寄与について検定する。

$$F_j = \frac{S_j/(r-1)}{S_e/d(r-1)} \square F_{r-1, d(r-1)}$$

同様に、列 j_1 と j_2 による寄与についての検定は以下を用いる。

$$F_{j_1+j_2} = \frac{(S_{j_1} + S_{j_2})/2(r-1)}{S_e/d(r-1)} \square F_{2(r-1), d(r-1)}$$

これによって交互作用の検定も可能となる。

また、 j 列の水準 a について、 $c_{ja} = 0$ のときは、 $1/n_e = 1/m - 1/mr$ として、

$$\begin{aligned}
 T_{ja}/m - T/mr &= \frac{1}{m}(1-1/r) \sum_{[i]=a} \varepsilon_i - \frac{1}{mr} \sum_{[i] \neq a} \varepsilon_i \\
 &\square N\left(0, \frac{(r-1)^2}{m^2 r^2} m\sigma^2 + \frac{1}{m^2 r^2} (mr-m)\sigma^2\right) \\
 &\square N\left(0, \frac{(r-1)}{mr} \sigma^2\right) \square N(0, \sigma^2/n_e)
 \end{aligned}$$

よって σ^2 の推定量 $V_e = S_e/d(r-1)$ を用いて以下となり、

$$\frac{(T_{ja}/m - T/mr)\sqrt{n_e}}{\sqrt{V_e}} = \frac{T_{ja}/m - T/mr}{\sqrt{V_e/n_e}} \square t_{d(r-1)}$$

水準 a におけるデータの区間推定も可能である。

多水準法と擬水準法

多水準法や擬水準法は異なった水準数の要因を混ぜ合わせるときに利用される。多水準法は、例えば 2 水準の要因と 4 水準の要因が混在する場合に使われる。4 水準の要因の自由度は 3 であり、2 水準の要因の自由度は 1 であるため、4 成分を表すのに、2 水準の直交表の 3 列を利用する。その 3 列は、例えば a, b, ab のように、2 つの独立な列とその相互作用の列になる。また、4 水準と 2 水準の交互作用では、同じく 3 列を利用する。これはすでに見たように、3 つの列の分散 $S_{j_1}, S_{j_2}, S_{j_3}$ を合計することにより要因及び交互作用の効果を検定することができる。

擬水準法は多水準法のように直交表を変更することなく割り付けできる場合以外に使われる。例えば、3 水準直交表の中に 2 水準の要因を割り付ける場合などに使われる。擬水準法では 3 水準の 1, 2, 3 の 3 つの水準のうちの 1 つ、例えば 3 を 1 に置き直すことが行われる。例えば今 j 列にこの置き換えを適用したとする。これにより、他の要因のある水準から見た場合、 j 列は常に水準 1 が水準 2 の 2 倍生じることになるが、この条件は常に同じであり、平均を比較するので、見ている要因の値への影響は同一である。この場合、列 j の分散 S_j が以下のように拡張されるだけである。

$$\begin{aligned}
 S_j &= \sum_{a=1}^r m_{ja} (T_{ja}/m_{ja} - T/n)^2 = \sum_{a=1}^r T_{ja}^2/m_{ja} - T^2/n, \quad \sum_{a=1}^r m_a = n \\
 S_j/\sigma^2 &\square \chi_{r-1}^2
 \end{aligned}$$

しかし、交互作用についてはこのようにはならない。表 2 の直交表を要因 a を擬水準として書き直したものが表 3 の直交表である。

表3 擬水準直交表

	a	b	ab	abb
1	0	0	0	0
2	0	1	1	2
3	0	2	2	1
4	1	0	1	1
5	1	1	2	0
6	1	2	0	2
7	0	0	0	0
8	0	1	1	2
9	0	2	2	1

この直交表で見ると、例えば ab が 0 の場合 (a,b) は (0,0),(1,2),(0,0)、1 の場合 (0,1),(1,0), (0,1)、2 の場合 (0,2),(1,1),(0,2) となり、a,b 各水準が同じ数だけ現れていない。abb についても、abb が 0 の場合 (a,b) は (0,0),(1,1),(0,0)、1 の場合(0,2),(1,0),(0,2)、2 の場合 (0,1),(1,2), (0,1) となり、a,b の各水準が同じ数だけ現れていない。これでは要因の単独の効果が除去されず交互作用は検証できない。そのため以下のような処理になる。まず、2 列の全分散 $S_{j_1 j_2}$ を以下のようにする。

$$S_{j_1 j_2} = \sum_{a=1}^{r_1} \sum_{b=1}^{r_2} T_{j_1 a j_2 b}^2 / m_{j_1 a j_2 b} - T^2 / n, \quad \sum_{a=1}^{r_1} \sum_{b=1}^{r_2} m_{j_1 a j_2 b} = n$$

$$S_{j_1 j_2} / \sigma^2 \square \chi_{r_1 r_2 - 1}^2$$

ここに列 j_1 の水準数を r_1 、列 j_2 の水準数を r_2 、 $j_1 a j_2 b$ のデータ数を $m_{j_1 a j_2 b}$ としている。

交互作用はこれから単独の分散を引いたものとして定義する。

$$S_{j_1 \times j_2} = S_{j_1 j_2} - S_{j_1} - S_{j_2}$$

$$S_{j_1 \times j_2} / \sigma^2 \square \chi_{(r_1 - 1)(r_2 - 1)}^2$$

これによって交互作用の効果が計算できる。

3. プログラムの利用法

メニュー [分析－多変量解析他－実験計画手法－直交表実験計画法] を選択すると図 1 のような直交表実験計画法の実行画面が表示される。

このプログラムには大きく分けて 2 つの機能が含まれている。1 つは与えられた変数構成から、直交表への変数の割り付けを行う機能、もう 1 つは割り付けられた直交表に具体的なデータを代入した場合の分散分析の結果を表示する機能である。ここではまず、直交表へ変数を割り付ける問題から解説をする。

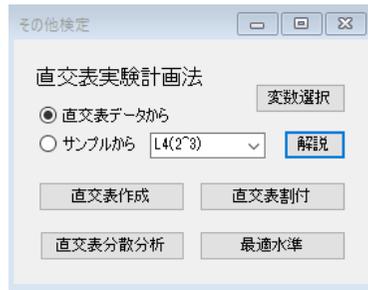


図 1 直交表実験計画法実行画面

要因の割り付けについてのデータは図 2a のような形式である。これは要因すべてが 2 水準の割り付けの例である。

要因名	分類数
A	2
B	2
C	2
A*B	
A*C	
B*C	

図 2a 直交表割り付けデータ 1

ここに要因名は実験を設定する際の要因の名前と交互作用の候補を表している。ここでは、要因名として A, B, C を用いているが、もちろん一文字である必要はなく、日本語でも構わない。分類数はその要因の水準数である。単独の要因の後ろには必ず記入する。また、ここで用いた「要因名」、「分類数」もどんな名称でも構わない。A*B, A*C, B*C は各要因の交互作用を表している。単独の要因名で半角の「*」を挟んだ名前が交互作用の名前である。直交表のどこの列に交互作用を割り付けるかは重要な問題であるので、それを補助する機能は必要である。

デフォルトの「直交表データから」ラジオボタンを選び、2つの変数を選択して、「直交表割付」ボタンをクリックすると図 2b のような結果が表示される。

	A	B	C	A*B	A*C	B*C	data
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	1	2	2
3	1	2	1	2	2	1	2
4	1	2	2	2	2	2	1
5	2	1	1	2	2	2	1
6	2	1	2	2	2	1	2
7	2	2	1	1	1	2	1
8	2	2	2	2	1	1	2

図 2b 直交表割り付け結果 1

この直交表は L8(2⁷)と呼ばれる直交表である。直交表の列の並びには伝統的なものがあるかも知れないが、このプログラムでは最初に単独のものから始め、交互作用の列が続

く。7 列目の変数名の空欄は、ここを誤差列にするための空欄である。誤差列はいくつあってもよい。また、「data」の部分は実験結果を記入する欄である。実験の割り付けは単独項の水準値によって決める。この出力結果はグリッドエディタにコピーしてデータ入力用に行ける。

複雑な要因の割り付けは手で実行するとガイドが必要となる。そのため「直交表作成」ボタンをクリックすると図 2c のような直交表の候補が出力される。

	a	b	c	ab	ac	bc	abc	data
▶ 1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	1	2	2	2
3	1	2	1	2	2	1	2	2
4	1	2	2	2	2	2	1	1
5	2	1	1	2	2	2	1	2
6	2	1	2	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	1	2	2	1
8	2	2	2	1	1	1	1	2

図 2c 直交表候補 1

この変数名の a, b, c, ab, ac, bc, abc は各桁の掛け算を表しており、交互作用を見る場合は最適である。例えば要因 a と要因 bc の交互作用は要因 abc の列に表れる。これを見ると図 2b と図 2c が対応していることが分かる。これは独立な要因数が直交表の独立な要因数と一致している場合である。

次に 2 水準直交表で独立な要因数が直交表の単独な要因数より多い場合を考える。図 3a に直交表割り付けデータを示す。

要因名	分類数
▶ A	2
B	2
C	2
D	2
A*B	1
B*C	1

図 3a 直交表割り付けデータ 2

ここでは要因数が 4 つで L8(2⁷)直交表の独立な要因数 3 を超えている。割り付け結果を図 3b に示す。

	B	A	C	A*B	B*C	D	data
▶ 1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	1	2	2
3	1	2	1	2	2	1	2
4	1	2	2	2	2	2	1
5	2	1	1	2	2	2	1
6	2	1	2	2	2	1	2
7	2	2	1	1	1	2	1
8	2	2	2	2	1	1	2

図 3b 直交表割り付け結果 2

要因 D は直交表の空いている列に割り付けられている。

直交表にはある大きさの直交表で割り付けられない場合がある。例えば図 4a の割り付けデータである。

要因名	分類数
A	2
B	2
C	2
D	2
A*B	
C*D	

図 4a 直交表割り付けデータ 3

この要因は $L8(2^7)$ 直交表には割り付けられず、可能なところまで割り付けて、割り付けられない旨のメッセージを表示する。もちろん直交表を自動で拡張することもできるが、このような場合は手動で拡張するようにしている。その方法は、「サンプルから」ラジオボタンを選択し「 $L16(2^{15})$ 」直交表を選び、再度「直交表割付」ボタンをクリックする。割り付けに指定した大きな直交表が使われる。

	A	B	C	D	A*B	C*D										
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2
4	1	1	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
5	1	2	1	1	1	2	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
6	1	2	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2
7	1	2	2	1	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	2
8	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2

図 4b 直交表割り付け結果 3

次に 3 水準直交表の割り付けについて考えてみる。3 水準の直交表割り付けデータを図 5a に示す。

要因名	分類数
A	3
B	3
C	3
D	3
F	3
A*B	
A*C	
A*D	

図 5a 直交表割り付けデータ 4

この割り付け結果を図 5b に示す。

	A	B	C	A*B	A*B	A*C	A*C	D	F	A*D	A*D
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	2	1	2	1	1	2	2	2	2	2
4	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1
6	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

図 5b 直交表割り付け結果 4

3 水準直交表では交互作用は 2 列で表されると述べたが、A*B, A*C, A*D は 2 つずつ列名がある。

次に多水準法の割り付けについて見る。図 6a に割り付けデータ、図 6b に割り付け結果、図 6c に説明のための割り付け候補を示す。

要因名	分類数
A	4
B	2
C	2
D	2
F	2
A*B	
B*C	
B*D	
B*F	

図 6a 直交表割り付けデータ 5

	A@1	A@2	B	C	A@3	B*A@1	D	B*A@2	F	B*C	B*A@3	B*D	B*F
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	2
3	1	1	2	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2
4	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2
5	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	2	1	1	1	2	2	1	2	2	2	1	2	2
7	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
8	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
9	2	2	1	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2
10	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
11	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
14	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
16	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

図 6b 直交表割り付け結果 5

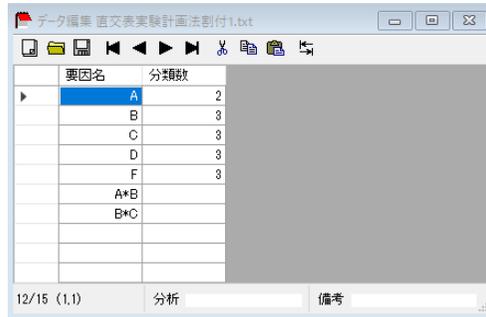
	a	b	c	d	ab	ac	ad	bc	bd	cd	abc	abd	acd	bod	abcd
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2
3	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2
4	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	2	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2
6	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
8	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

図 6c 直交表候補 5

割り付けデータは、2 水準の中に 4 水準が含まれている。割り付け結果を見ると、4 水準の要因 A が、A@1, A@2, A@3 に分けられて割り付けされている。その位置は、図 6c における a, b, ab の位置である。また B との交互作用も、B の位置が c の位置であるので、ac, bc, abc の位置になる。@1, @2, @3 の記号は@1 と@2 とで@3 を作るという意味で、分

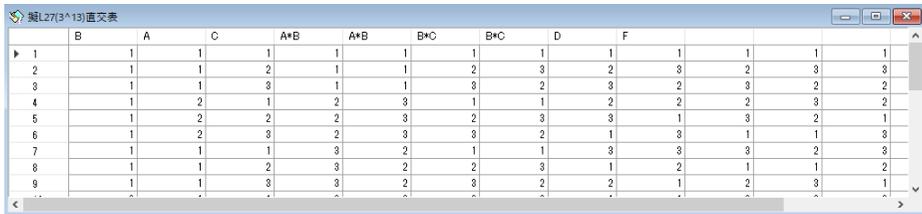
かり易くするために付けられている。直交表実験計画法を実行するときには、@1 などはプログラムで消して実行するので、そのまま残しておいてもよいし、消して同じ要因名として実行してもよい。

次に擬水準法の割り付けについて見る。図 7a に割り付けデータ、図 7b に割り付け結果を示す。



要因名	分類数
A	2
B	3
C	3
D	3
F	3
A*B	
B*C	

図 7a 直交表割り付けデータ 6

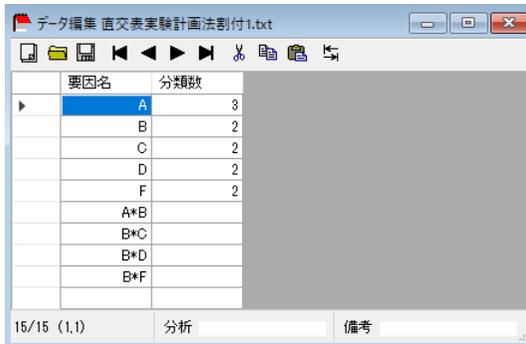


	B	A	C	A*B	A*B	B*C	B*C	D	F
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	1	1	2	3	2	3
3	1	1	3	1	1	3	2	3	2
4	1	2	1	2	3	1	1	2	2
5	1	2	2	2	3	2	3	3	1
6	1	2	3	2	3	3	2	1	3
7	1	3	1	3	2	1	1	3	3
8	1	3	2	3	2	2	3	1	2
9	1	3	3	3	2	3	2	2	1

図 7b 直交表割り付け結果 6

3 水準への 2 水準の割り付けであるので、要因 A の本来の水準 3 の位置が水準 1 に強制的に変わっている。一方、交互作用の部分はそのままになっているが、分散分析を実行するには擬水準法が考慮された形で計算される。

2 水準の直交表に 3 水準の要因を割り付ける場合、多水準法と擬水準法を合わせた方法が用いられる。その割り付けデータを図 8a、割り付け結果を図 8b に示す。



要因名	分類数
A	3
B	2
C	2
D	2
F	2
A*B	
B*C	
B*D	
B*F	

図 8a 直交表割り付けデータ 7

	A#1	A#2	B	C	A#3	B*A#1	D	B*A#2	F	B*C	B*A#3	B#D	B#F
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2
3	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2
4	1	1	2	2	1	2	2	2	2	2	1	2	1
5	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	2	2	1
6	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2
7	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2
9	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	2	1
10	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2	2	1	2
11	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1
12	2	1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1
13	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	2
14	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
15	1	1	2	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1
16	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	2

図 8b 直交表割り付け結果 7

この方法は、3水準の要因を一度擬水準法を用いて仮想的な4水準にし、その4水準を多水準法を用いて2水準に割り付ける方法である。

ここでプログラムの制約について述べておく。まず、使える直交表は以下の種類に限られる。

$L_4(2^3)$, $L_8(2^7)$, $L_{16}(2^{15})$, $L_9(3^4)$, $L_{27}(3^{13})$

割り付ける要因数については、上の直交表による制約の他に、多水準法を使った4水準要因の個数及び、擬水準法と多水準法を併用した3水準要因の個数は1個に限られる。これらの制約については、必要があれば拡張することも考える。

次に直交表分散分析について、有意水準を5%にして説明する。データの形式は例えば $L_8(2^7)$ では図 9a の通りである。

L8(2 ⁷)	A	B	A*B	D	A*C	C	data
1	1	1	1	1	1	1	20
2	1	1	1	2	2	2	22
3	1	2	2	1	1	2	25
4	1	2	2	2	2	1	19
5	2	1	2	1	2	1	27
6	2	1	2	2	1	2	24
7	2	2	1	1	2	2	19
8	2	2	1	2	1	1	22

図 9a 直交表分散分析用データ 1

このデータを元に「直交表分散分析」ボタンをクリックすると図 9b のような結果が表示される。

要因	平方和S	自由度	平均平方V	F値	P値
A	4.500	1	4.500	2.250	0.3743
B	8.000	1	8.000	4.000	0.2952
A*B	18.000	1	18.000	9.000	0.2048
D	2.000	1	2.000	1.000	0.5000
A*C	0.500	1	0.500	0.250	0.7048
C	24.500	1	24.500	12.250	0.1772
T	59.500	7			

図 9b 直交表分散分析実行結果 1

これでは有意なものが見られないので、例えば、D, A*C, Cを取り除いて、図 10a のようなデータにし、実行すると図 10b のような結果になる。このように不要なデータを取り除く作業をデータのプーリングという。

L0(2 ⁷)	A	B	A*B				C	data
▶ 1	1	1	1	1	1	1	1	20
2	1	1	1	2	2	2	2	22
3	1	2	2	1	1	2	2	25
4	1	2	2	2	2	2	1	19
5	2	1	2	1	2	1	2	27
6	2	1	2	2	1	2	1	24
7	2	2	1	1	2	2	2	19
8	2	2	1	2	1	1	2	22

図 10a 直交表分散分析データ 2

要因	平方和S	自由度	平均平方V	F値	P値
▶ A	4.500	1	4.500	3.000	0.1817
B	8.000	1	8.000	5.333	0.1041
A*B	18.000	1	18.000	12.000	0.0405
C	24.500	1	24.500	16.333	0.0273
E	4.500	3	1.500		
T	59.500	7			

図 10b 直交表分散分析実行結果 2

このデータでは要因 A と要因 B の交互作用と要因 C で有意差があることが分かる。

次に、複数列を使う要因の場合の例を示す。図 11a は 3 水準直交表に基づくデータで、交互作用は 2 列を使って表示される。このデータの実行結果を図 11b に示す。2 列はまとめられ、計算されていることが分かる。

図 11a 直交表分散分析データ 3

要因	平方和S	自由度	平均平方V	F値	P値
▶ A	54.222	2	27.111	7.284	0.0464
B	68.667	2	34.333	9.224	0.0318
C	13.556	2	6.778	1.821	0.2740
A*B	43.111	4	10.778	2.896	0.1639
A*C	89.556	4	22.389	6.015	0.0552
D	2.889	2	1.444	0.388	0.7014
F	3.556	2	1.778	0.478	0.6516
A*D	9.556	4	2.389	0.642	0.6610
E	14.889	4	3.722		
T	300.000	26			

図 11b 直交表分散分析実行結果 3

このデータでは、要因 A、要因 B に有意差が見られる。

ここでこれらの要因によるデータの平均の最大及び最小推定値を求めてみる。例えば図 10a のデータで、「最適水準」 ボタンをクリックすると図 12 のような結果が表示される。

最小水準と最大水準			
最小水準と最大水準			
有意水準	5.0%		
信頼係数	95.0%		
データ数	8		
平均値	22.2500		
要因 A*B			
最大水準	2#1	点推定値	25.5000
水準内数	2	区間幅	2.3862
区間推定			23.1138, 27.8862
最小水準	2#2	点推定値	20.5000
水準内数	2	区間幅	2.3862
区間推定			18.1138, 22.8862
要因 C			
最大水準	2	点推定値	24.0000
水準内数	4	区間幅	1.3777
区間推定			22.6223, 25.3777
最小水準	1	点推定値	20.5000
水準内数	4	区間幅	1.3483
区間推定			18.6517, 22.4483

図 12 最適水準値

ここでは、検定で有意差があった項目ごとに最大と最低の要因の組を与えている。これらの項目をまとめて表示することも可能だが、水準が重複したり、相反する水準が現れたりするのでこのような表示に留めている。表示法については、今後議論の必要がある。

ここで求めた結果の有意差と信頼係数の指定は変数選択の画面の中で変更可能である。図 11 の結果で有意水準を 10%、それと連動させて信頼係数 90%にすると最適水準値の結果は図 13 のようになる。

最小水準と最大水準			
最小水準と最大水準			
有意水準	10.0%		
信頼係数	90.0%		
データ数	27		
平均値	18.3333		
要因 A			
最大水準	2	点推定値	20.3333
水準内数	9	区間幅	1.1184
区間推定			19.2139, 21.4527
最小水準	3	点推定値	17.2222
水準内数	9	区間幅	1.3710
区間推定			15.8513, 18.5932
要因 B			
最大水準	2	点推定値	20.5556
水準内数	9	区間幅	1.1184
区間推定			19.4362, 21.6749
最小水準	3	点推定値	16.8889
水準内数	9	区間幅	1.3710
区間推定			15.5179, 18.2599
要因 A*B*C			
最大水準	2#2	点推定値	22.0000
水準内数	3	区間幅	2.2888
区間推定			19.7612, 24.2888
最小水準	3#2	点推定値	19.6667
水準内数	3	区間幅	2.2888
区間推定			11.4279, 15.9054

図 13 有意水準と信頼係数を 10%と 90%にした最適水準値

4. おわりに

著者らの作成したプログラムは2つの機能を持っている。1つは実験計画を作成するための直交表作成の機能であり、もう1つは直交表を元にして分散分析を実行する機能である。第1の機能では、L4(2³), L8(2⁷), L16(2¹⁵), L9(3⁴), L27(3¹³) 直交表を扱えるようになっている。また、水準数一定の場合は2水準と3水準が扱え、その他に、2水準

の直交表に 4 水準を割り付ける多水準法、3 水準の直交表に 2 水準を割り付ける擬水準法、2 水準の直交表に 3 水準を割り付ける多水準法と擬水準法の併用法が扱える。但し、多水準法の 4 水準と多水準法と擬水準法の併用法の 3 水準については、要因数が 1 つだけという制限がある。これらの直交表の制約については、教育用には十分であるが、実務用としては十分とは言い切れない。さらに大きな直交表が必要な場合は、プログラムの拡張が必要となる。

分散分析の実行で注意すべきことは、名前が書かれていない誤差列が必ず必要となる。また、複数列で 1 つの要素や交互作用を表す場合は、複数列に同じ列名を用いる必要がある。このプログラムから作られた直交表はこれらの性質を持っている。

我々がプログラム上で作成した直交表は、理論的に分かり易く、プログラムで作りやすい方法がとられているため、実際によく利用される一般的な直交表とは変数の並びが多少異なっている。実際の現場では、一般的な直交表を用いて実験計画を作られる場合も多いので、プログラムの利用に際して気にされる方もおられるかも知れない。しかし、直交表からの分散分析は、どのような直交表を用いても計算が可能となっているので、問題なく利用できる。

このプログラムは大学で授業を行っておられる利用者からの依頼で作成した。授業での利用法としては、直交表と各手法を学ぶために、実際に直交表を作成する演習及び、直交表を元にした分散分析の計算の演習の補助として使ってもらいたい。企業などの現場では、直交表を用いた分散分析の利用が主になると考えられるが、機能不足の場合は連絡をいただくと改良する予定である。

参考文献

- [1] 森田浩・今里健一郎・奥村清志, 「Excel でここまでできる実験計画法 一元配置実験から直交配列表実験まで」, 日本規格協会 (2011)
- [2] 井上清和・中野恵司他, 「入門パラメータ設計」, 日科技連出版社 (2008)

福井 正康

Multi-purpose Program for Social System Analysis 34 - Orthogonal Table Experimental Design -

Masayasu FUKUI

*Department of Business Administration, Faculty of Business Administration,
Fukuyama Heisei University*

Abstract: We have been constructing a unified program on the social system analysis for purpose of education. In this time, we add a program of the orthogonal table experiment design which can measure the effect of each factor and the effect of the interaction between the factors with least number of experiments. Our program has the function of creating orthogonal tables, assigning factors, and executing analysis of variance based on orthogonal tables.

Key Words: College Analysis, experimental design, orthogonal table, statistics, management science